Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике
обучающегося 10 „В" **класса**
муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа № 1 имени Романа Кулакова»
Предгорного муниципального района Ставропольского края

Воробьёва Артёма Олеговича

Ф.И.О.

Учитель математики **:**
Прокопова И.П.
ФИО

Дата: 30.11

№1.

$x^2 + ax + 2a - 5 = 0$

$\begin{cases} x_1 x_2 = 2a-5, \\ x_1 + x_2 = -a. \end{cases}$ (по теореме Виета)

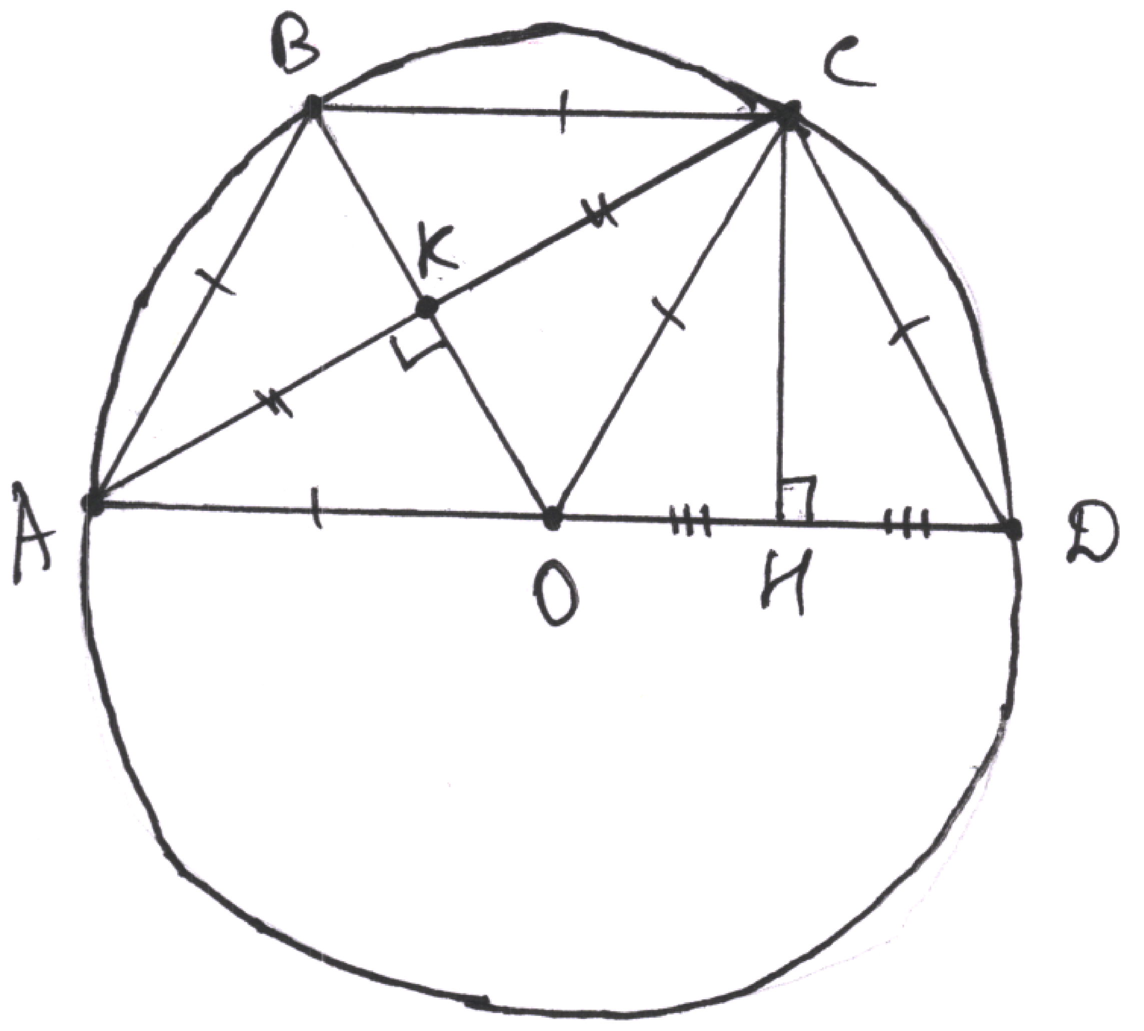
$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1y_1 \Rightarrow$

$x_1^2 + x_2^2 = (-a)^2 - (2(2a-5)) = a^2 - 4a + 10$

Сумма квадратов корней уравнение будет минимальной при минимальном значении параметра a, значит нужно найти вершину функции $y = x^2 - 4x + 10$: $x_{верш} = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2 = a \Rightarrow$ Сумма квадратов корней уравнение $x^2 + ax + 2a - 5 = 0$ будет минимальной при $a = 2$.

Ответ: 2.

№2.



Дано: окр. с ц. O, ABCD – трапеция, AC – диагональ, $AC = 2$, $\angle COD = 60°$.

Найти: S_{ABCD}.

Решение: искомая трапеция ABCD – равнобокая, т.к. вписана в окружность.

ABCO – ромб, $\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \cdot 60° = 30°$. Т.к. ABCO – ромб, $\angle AKO = 90°$ (пересечение диагоналей), значит $\triangle AKO$ – прямоугольный; AC является диагональю ромба ABCO $\Rightarrow AK = KC = \frac{2}{2} = 1$.

Рассмотрим $\triangle AKO$.

$\angle KAO = 30° \Rightarrow KO = \frac{1}{2}AO$; $AK = 1$;

пусть $KO = x$, тогда $AO = 2x$. Получим и решим уравнение:

$4x^2 = x^2 + 1$

$3x^2 = 1$

$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow KO = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $AO = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

В $\triangle OCD$ $OH = DH$, т.к $\triangle OCD$ – равнобедренный, а CH – высота $\Rightarrow$

$AH = 1{,}5AO = \frac{3}{\sqrt{3}}$. Рассмотрим $\triangle ACH$:

$\angle CHO = 90°$, $AC = 2$, $AH = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow CH^2 = 2^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2 = 4 - \frac{9}{3} = 1 \Rightarrow CH = 1$, тогда:

$S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot CH$, $AO = BC \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{6}{2\sqrt{3}} \cdot 1 = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

Ответ: $\sqrt{3}$.

№3.

По условию задачи в искомой арифметической прогрессии есть как чётные, так и нечётные числа, значит разность прогрессии — нечётное число. Сумма нечётных чисел меньше, чем сумма чётных, а арифм. прогрессия начинается с чётного числа => чётных чисел больше, чем нечётных => в прогрессии нечётное кол-во членов. Допустим $a_1 = 8$, $d = 1$, тогда:

8; 9; 10; 11; 12; 13; 14 — искомая арифметическая прогрессия ($8+10+12+14=44$; $9+11+13=33$). Тогда $a_7 = 14$

Ответ: $a_1 = 8$; $a_7 = 14$; 7 членов.