Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике
обучающегося 11 **класса**
муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
„Средняя общеобразовательная школа № 11"

Жукова Ярослава Александровна
ФИО

Учитель математики **:**
Трушова Н. В.
ФИО

Дата: 30. 11. 2020 г.

№ 1.

	Норвежец	Англичанин	Испанец
красный	×	✓	×
жёлтый	✓	×	×
белый	×	×	✓
Ландыш	×	×	✓
Сирень	×	✓	×
Крокусы	✓	×	×
сок	×	×	✓
вода	✓	×	×
молоко	×	✓	×

Ответ: воду.

№ 2.

~~2021^{2020} a – цифра „2"~~

~~$в$ – цифра „1"~~

~~Последняя цифра будет 1, т.к.~~

~~$1^{2020} = 1$~~

№2.

2021^{2020};

Последняя цифра будет 1, т.к.

(a и b - цифры)

~~$a \cdot b$~~ $\overline{ab}$

$$\begin{array}{r} \times \overline{ab} \\ \hline (ba)b^2 \\ +a^2(a\cdot b) \\ \hline (2b\cdot a)b^2 \end{array}$$

$b = 1$ $\quad$ b $1^{2020} = 1$

$a = 2$

Вторая с конца цифра будет равна последней цифре числа ~~$a + 2 \cdot 2020$~~ $2 + 2 \cdot 2020$, т.е. „2"

Ответ: 21

№3.

$x^2 - ax + a + 1 = 0 \quad a > 0$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 \cdot x_2 = a + 1 \end{cases}$$

$(x_1+x_2)^3=a^3$

$(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)(x_1+x_2)=a^3$

$x_1^3+2x_1^2x_2+x_1x_2^2+x_1^2x_2+2x_1x_2^2+x_2^3=a^3$

$x_1^3+x_2^3+3x_1x_2(x_1+x_2)=a^3$

$x_1^3+x_2^3+3(a+1)\cdot a=a^3$

$x_1^3+x_2^3=a^3-3a(a+1)$

$x_1^3+x_2^3=a^3-3a^2-3a$

$x_1^3+x_2^3=a(a^2-3a-3)$

$x^2-ax+a+1=0$

$x^2+1-a(x-1)=0$

$x^2+1=a(x-1)$

$\frac{x^2+1}{x-1}=a \qquad a>0 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x-1}>0 \Rightarrow x-1>0$

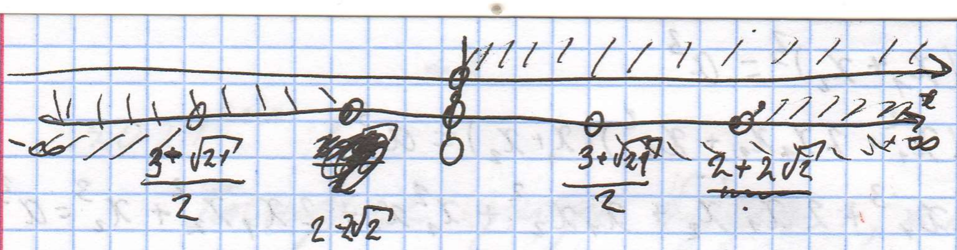
$x>1$

$x^2-ax+a+1=0$

$D=a^2-4a-4$

$a^2-4a-4>0$ – уравнение будет иметь 2 корня

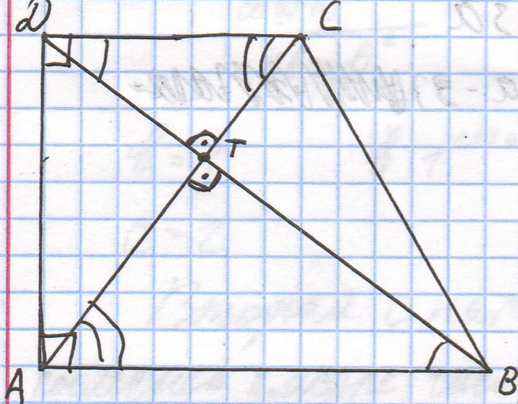
$(a-2-2\sqrt{2})(a-2+2\sqrt{2})>0$



$a > 2+2\sqrt{2}$

Ответ: $2+2\sqrt{2}$

№ 4.



Дано: $AC \perp DB$;
ABCD - прямоугольная трапеция;
$DC : AB = \frac{n}{k}$

Найти: $AC : DB$

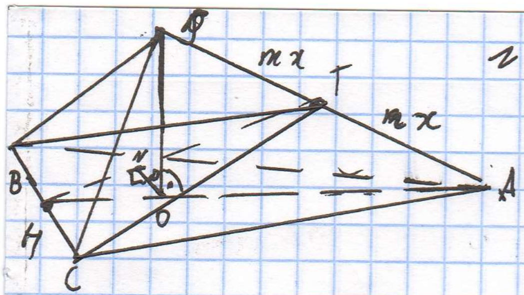
Решение:

$\angle DCT = \angle ATB$ - как вертикальные.

$\angle TAB = \angle TCD$ - как внутренние накрест лежащие.

$\angle TBA = \angle TDC$ - как внутренние накрестлежащие.

$\triangle ATB \sim \triangle CTD$ с коэффициентом подобия k



№3.

Дано: $SABC$ – правильная пирамида

$\frac{m}{n} = \frac{ST}{TA}$; V - объём;

$ON = d$

Найти: $S_{\triangle} BCT$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$\frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{3V}{SO}$$

$$S_{\triangle} BCT = \frac{1}{2} TH \cdot BC$$